

# Guía docente CÁLCULO

Curso 2019-20



GRADO EN INGENIERÍA EN ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL (BOE 21-12-2012)

CENTRO UNIVERSITARIO DE LA DEFENSA

Universidad Politécnica de Cartagena



# 1. Descripción general

	,
Nombre	CÁLCULO
Código	511101004
Carácter	Básica
ECTS	7.5
Unidad temporal	Cuatrimestral
Despliegue temporal	Curso 1º - Segundo cuatrimestre
Menciones / especialidades	
Idioma en la que se imparte	Castellano
Modalidad de impartición	Presencial



# 2. Datos del profesorado

Nombre y apellidos	Baenas Tormo, Tomás
Área de conocimiento	Matemática Aplicada
Departamento	Ciencias e Informática (CUD)
Teléfono	
Correo electrónico	tomas.baenas@cud.upct.es
Horario de atención y ubicación durante las tutorías	Despacho nº6. Lunes y jueves de 12:50 a 14:35. Como criterio general, el alumno que desee realizar una tutoría deberá previamente (al menos con un día de antelación) enviar un e-mail al profesor solicitando una cita previa con el fin de poder organizar debidamente la atención de todo el alumnado.
Titulación	Licenciado en Ciencias Físicas Doctor en Matemáticas Acreditación a Profesor Contratado Doctor por ANECA (Ciencias Experimentales)
Categoría profesional	Profesor/a Contratado/a Doctor/a de Facultades y Escuelas Superiores
Nº de quinquenios	
Nº de sexenios	
Currículum vitae	

Nombre y apellidos	Ortiz Sánchez, Irene
Área de conocimiento	Matemática Aplicada
Departamento	Ciencias e Informática (CUD)
Teléfono	
Correo electrónico	irene.ortiz@cud.upct.es
Horario de atención y ubicación durante las tutorías	Despacho nº7. De lunes a viernes mediante cita previa. Como criterio general, el alumno que desee realizar una tutoría deberá previamente (al menos con un día de antelación) enviar un e-mail al profesor solicitando una cita previa con el fin de poder organizar debidamente la atención de todo el alumnado.
Titulación	Licenciada en Matemáticas Doctora en Matemáticas Acreditación a Profesor Ayudante Doctor por ANECA (Ciencias Experimentales)



# Categoría profesional Nº de quinquenios Nº de sexenios Currículum vitae

Profesor/a Ayudante Doctor/a de Facultades y Escuelas Superiores

CÁLCULO Página | 3



#### 3. Competencias y resultados del aprendizaje

#### 3.1. Competencias básicas del plan de estudios asociadas a la asignatura

[CB5]. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

#### 3.2. Competencias generales del plan de estudios asociadas a la asignatura

[CG2]. Aplicar las tecnologías generales y las materias fundamentales en el ámbito industrial para la resolución de problemas propios de la ingeniería.

#### 3.3. Competencias específicas del plan de estudios asociadas a la asignatura

[CE1]. Resolver los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos, algorítmicos, estadísticos y de optimización.

Competencias específicas de la asignatura (para aquellas asignaturas optativas que las tengan)

#### 3.4. Competencias transversales del plan de estudios asociadas a la asignatura

[CT3]. Aprender de forma autónoma.

#### 3.5. Resultados del aprendizaje de la asignatura

Las competencias específicas y objetivos de aprendizaje que se desarrollarán con la asignatura, y que se indican a continuación, permitirán que el alumno al finalizar el curso sea capaz de:

- 1. Analizar las funciones de varias variables mediante las derivadas direccionales en cada punto y sus derivadas sucesivas. Obtener desarrollos de Taylor y extremos relativos. Aplicar el Método de los multiplicadores de Lagrange. Realizar cambios de variable y operar con funciones compuestas, inversas e implícitas.
- 2. Calcular integrales dobles y curvilíneas. Representar los correspondientes dominios y saber transformarlos mediante los cambios de variable más adecuados. Aplicar el Teorema de Green.
- 3. Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden y los consiguientes problemas de valores iniciales.
- 4. Obtener la solución general de las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior y una solución particular de la ecuación completa aplicando los distintos métodos expuestos. Obtener soluciones aproximadas aplicando métodos numéricos.
- 5. Resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y poder transformarlos en una ecuación diferencial lineal de orden superior.
- 6. Identificar las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y su resolución en ciertos casos concretos.



7. Operar con números complejos y calcular integrales y series de números complejos. Resolver ciertas integrales impropias en el campo real transformándolas en integrales complejas y aplicando el teorema de los residuos.

Las actividades de enseñanza/aprendizaje diseñadas permitirán al alumno desarrollar las competencias instrumentales, personales y sistémicas que tiene asignadas en la asignatura de Cálculo en la memoria de este título.



#### 4. Contenidos

#### 4.1 Contenidos del plan de estudios asociados a la asignatura

Los contenidos de la asignatura se han agrupado en tres bloques.

Bloque 1

Cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables

Se extienden de forma natural los conceptos del cálculo de una variable al estudio de funciones de varias variables. Para ello, se comienza introduciendo los conceptos de límite y continuidad para funciones de varias variables. Nos centraremos de manera especial en las funciones escalares, estudiando en ellas la derivada según un vector y el concepto de diferencial, lo que nos permitirá extender los teoremas del valor medio de una variable a varias variables. Se estudiará la expresión que adopta la fórmula de Taylor y la obtención de los extremos relativos y condicionados. Concluiremos esta parte analizando las funciones vectoriales mediante el estudio de las funciones escalares que nos determinan sus funciones componentes, dando su expresión matricialmente. Extenderemos el concepto de integral de una función de una variable a funciones de dos variables, siguiendo el mismo esquema de trabajo que en una variable: estudiaremos las funciones acotadas sobre un rectángulo, extendiéndola a diversos dominios y transformándolas en iteración de integrales simples. Veremos que en ciertos dominios es aconsejable realizar ciertos cambios de variable. Concluiremos introduciendo las integrales triples y las aplicaciones del cálculo integral, fundamentalmente al estudio de cálculo de áreas y volúmenes. Por último veremos las integrales curvilíneas y su relación con las integrales dobles para ciertas curvas cerradas, mediante el Teorema de Green.

#### Bloque 2

Ecuaciones diferenciales ordinarias. Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales

Se estudian diversos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, para centrarnos en las lineales, procediendo de manera especial a estudiar tanto las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior como los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. Observaremos como resolver problemas de valores iniciales y en determinados casos veremos su aproximación por métodos numéricos. Asimismo, se introducen las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y de forma muy sucinta se analizarán algunas ecuaciones y la aproximación de soluciones por el método de diferencias finitas. Es un bloque muy importante de cara al alumno, pues en el ámbito de las ingenierías cualquier estudio conlleva la resolución de ecuaciones diferenciales.

Bloque 3

Variable compleja

Identificaremos RxR como el cuerpo C de los números complejos, lo que nos va a llevar a estudiar las propiedades y operaciones con números complejos, para pasar a estudiar las funciones vectoriales de dos variables reales como funciones de una variable compleja, estudiaremos de manera especial su derivabilidad, obteniendo las ecuaciones de Cauchy-Riemann, lo que nos llevará a analizar las condiciones suficientes de



derivabilidad, dando pie a definir el concepto de función analítica. Analizaremos ciertas funciones analíticas, las funciones elementales: función exponencial, logarítmico, trigonométricas,¿ que serán las funciones de uso cotidiano en variable compleja. De forma natural y con los conocimientos sobre funciones reales, pasaremos a definir la integración de funciones de una variable compleja, primero sobre un camino y después cuando dicha curva sea cerrada, estudiando dicha integral en función de la analiticidad de la función y de las singularidades que presente en su interior, lo que nos conducirá al Teorema integral de Cauchy-Goursat y, como aplicación más práctica, a la Fórmula integral de Cauchy. Al igual que en funciones reales se vieron los desarrollos de Taylor, estudiaremos la convergencia de series de potencias y su aplicación al desarrollo en serie de potencias de funciones de variable compleja, obteniendo así los desarrollos de Taylor y Laurent, en función de que el punto sobre el que hagamos el desarrollo sea una singularidad o no de la función objeto de estudio. Por medio de las propiedades de la convergencia uniforme de estas series de potencias calcularemos la derivación e integración de las mismas de forma inmediata. Terminaremos el bloque aplicando los conceptos expuestos de variable compleja al cálculo de ciertas integrales impropias mediante el uso del Teorema de los residuos.

4.2. Programa de teoría	
Unidades didácticas	Temas
Bloque 1	Tema 1. Funciones de varias variables 1. El espacio Rn. Producto escalar. Norma de un vector. Distancia entre dos puntos. Conjuntos acotados 2. Conjuntos abiertos, cerrados. Interior, exterior y frontera de un conjunto 3. Sucesiones de Rn 4. Funciones de varias variables. Límites y continuidad
	Tema 2. Derivabilidad y diferenciabilidad de funciones escalares 1. Derivada según un vector. Derivadas direccionales. Derivadas parciales 2. Diferencial de una función. Relación entre la diferencial y la derivada según un vector. Condición suficiente de diferenciabilidad 3. Teorema del valor medio 4. Fórmula de Taylor 5. Extremos relativos. Matriz Hessiana 6. Extremos condicionados. Método de los Multiplicadores de Lagrange
	Tema 3. Derivabilidad y diferenciabilidad de funciones vectoriales 1. Diferencial de una función vectorial. Matriz Jacobiana 2. Teorema de la función compuesta. Teorema de la función inversa. Teorema de la función implícita

CÁLCULO Página | 7



Tema 4. Integral múltiple 1. Concepto de integral doble. Funciones integrables 2. Integración de una función acotada sobre un rectángulo. Integración reiterada 3. Cambio de variable 4. Integral múltiple 5. Aplicaciones de la integral  Tema 5. Integral curvilínea 1. Definición y propiedades 2. Cálculo de la integral curvilínea 3. Teorema de Green 4. Independencia del camino de integración  Tema 6. Ecuación de primer orden 1. Conceptos básicos
<ol> <li>Concepto de integral doble. Funciones integrables</li> <li>Integración de una función acotada sobre un rectángulo. Integración reiterada</li> <li>Cambio de variable</li> <li>Integral múltiple</li> <li>Aplicaciones de la integral</li> <li>Tema 5. Integral curvilínea</li> <li>Definición y propiedades</li> <li>Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>Teorema de Green</li> <li>Independencia del camino de integración</li> <li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li> </ol>
<ol> <li>Concepto de integral doble. Funciones integrables</li> <li>Integración de una función acotada sobre un rectángulo. Integración reiterada</li> <li>Cambio de variable</li> <li>Integral múltiple</li> <li>Aplicaciones de la integral</li> <li>Tema 5. Integral curvilínea</li> <li>Definición y propiedades</li> <li>Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>Teorema de Green</li> <li>Independencia del camino de integración</li> <li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li> </ol>
integrables 2. Integración de una función acotada sobre u rectángulo. Integración reiterada 3. Cambio de variable 4. Integral múltiple 5. Aplicaciones de la integral  Tema 5. Integral curvilínea 1. Definición y propiedades 2. Cálculo de la integral curvilínea 3. Teorema de Green 4. Independencia del camino de integración  Tema 6. Ecuación de primer orden
<ol> <li>Integración de una función acotada sobre u rectángulo. Integración reiterada</li> <li>Cambio de variable</li> <li>Integral múltiple</li> <li>Aplicaciones de la integral</li> <li>Tema 5. Integral curvilínea</li> <li>Definición y propiedades</li> <li>Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>Teorema de Green</li> <li>Independencia del camino de integración</li> </ol> Tema 6. Ecuación de primer orden
rectángulo. Integración reiterada 3. Cambio de variable 4. Integral múltiple 5. Aplicaciones de la integral  Tema 5. Integral curvilínea 1. Definición y propiedades 2. Cálculo de la integral curvilínea 3. Teorema de Green 4. Independencia del camino de integración  Tema 6. Ecuación de primer orden
<ul> <li>4. Integral múltiple</li> <li>5. Aplicaciones de la integral</li> <li>Tema 5. Integral curvilínea</li> <li>1. Definición y propiedades</li> <li>2. Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>3. Teorema de Green</li> <li>4. Independencia del camino de integración</li> <li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li> </ul>
<ul> <li>5. Aplicaciones de la integral</li> <li>Tema 5. Integral curvilínea</li> <li>1. Definición y propiedades</li> <li>2. Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>3. Teorema de Green</li> <li>4. Independencia del camino de integración</li> <li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li> </ul>
Tema 5. Integral curvilínea 1. Definición y propiedades 2. Cálculo de la integral curvilínea 3. Teorema de Green 4. Independencia del camino de integración Tema 6. Ecuación de primer orden
<ol> <li>Definición y propiedades</li> <li>Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>Teorema de Green</li> <li>Independencia del camino de integración</li> </ol> Tema 6. Ecuación de primer orden
<ol> <li>Cálculo de la integral curvilínea</li> <li>Teorema de Green</li> <li>Independencia del camino de integración</li> </ol> Tema 6. Ecuación de primer orden
<ul><li>3. Teorema de Green</li><li>4. Independencia del camino de integración</li><li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li></ul>
<ol> <li>Independencia del camino de integración</li> <li>Tema 6. Ecuación de primer orden</li> </ol>
Tema 6. Ecuación de primer orden
2. Ecuaciones con variables separables
3. Ecuaciones homogéneas
4. Ecuaciones diferenciales exactas. Factores
integrantes
<ol> <li>Ecuación lineal de primer orden</li> <li>Ecuaciones reducibles a lineales: Ecuación</li> </ol>
de Bernouilli. Ecuación de Ricatti. Ecuación de
Lagrange. Ecuación de Clairaut
7. Métodos aproximados de resolución de
ecuaciones de primer orden
Tema 7. Ecuaciones de orden superior
Ecuaciones diferenciales de orden superior
2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden
3. Ecuaciones lineales homogéneas de
coeficientes constantes
4. Ecuaciones lineales completas. Soluciones
particulares 5. Transformada de Laplace y de Fourier
6. Aproximación de soluciones por métodos
numéricos
Tema 8. Sistemas de ecuaciones diferenciales
lineales
1. Introducción
Sistema lineales homogéneos con
coeficientes constantes
3. Sistema lineales no homogéneos



4.2. Programa de teoría	
Unidades didácticas	Temas
Bloque 3	Tema 9. El cuerpo de los números complejos 1. El número complejo. Definición. Propiedades. Expresiones. Potenciación y radicación
	Tema 10. Funciones de la variable compleja 1. Funciones de variable compleja. Límite y continuidad 2. Derivabilidad. Ecuaciones de Cauchy- Riemann 3. Funciones analíticas 4. Funciones elementales: función exponencial, logarítmica, trigonométrica, hiperbólicas  Tema 11. Integración de funciones de una variable compleja 1. Integración a lo largo de un camino. Primitiva 2. Teorema de Cauchy-Goursat. Fórmula integral de Cauchy
	Tema 12. Series de potencias de variable compleja 1. Convergencia de sucesiones y series. Series de Taylor 2. Series de Laurent 3. Integración y derivación de series de potencias 4. Residuos y polos 5. Aplicación del cálculo de residuos

4.3. Programa de prácticas		
Nombre	Descripción	
Práctica 1	Temas 2 y 3	
Práctica 2	Temas 4 y 5	
Práctica 3	Temas 6, 7 y 8	
Observaciones		



#### Prevencion de riesgos

La Universidad Politécnica de Cartagena considera como uno de sus principios básicos y objetivos fundamentales la promoción de la mejora continua de las condiciones de trabajo y estudio de toda la Comunidad Universitaria.

Este compromiso con la prevención y las responsabilidades que se derivan atañe a todos los niveles que integran la Universidad: órganos de gobierno, equipo de dirección, personal docente e investigador, personal de administración y servicios y estudiantes.

El Servicio de Prevención de Riesgos Laborales de la UPCT ha elaborado un "Manual de acogida al estudiante en materia de prevención de riesgos" que puedes encontrar en el Aula Virtual, y en el que encontraras instrucciones y recomendaciones acerca de cómo actuar de forma correcta, desde el punto de vista de la prevención (seguridad, ergonomía, etc.), cuando desarrolles cualquier tipo de actividad en la Universidad. También encontrarás recomendaciones sobre cómo proceder en caso de emergencia o que se produzca algún incidente.

En especial, cuando realices prácticas docentes en laboratorios, talleres o trabajo de campo, debes seguir todas las instrucciones del profesorado, que es la persona responsable de tu seguridad y salud durante su realización. Consúltale todas las dudas que te surjan y no pongas en riesgo tu seguridad ni la de tus compañeros.

4.4. Programa de teoría en inglés	
Unidades didácticas	Temas
Unit 1	<ol> <li>Functions of several variables</li> <li>Derivative and differentiability of scalar functions</li> <li>Derivative and differentiability of vector functions</li> <li>Multiple integral</li> <li>Line integral</li> </ol>
Unit 2	<ul><li>6. First order differential equations</li><li>7. Higher-Order differential equations</li><li>8. Systems of linear differential equations</li></ul>
Unit 3	<ul><li>9. Introduction to complex numbers</li><li>10. Derivatives of complex functions</li><li>11. Integration of functions of a complex variable.</li><li>12. Power series of complex variable</li></ul>

4.5. Observaciones			



# 5. Actividades formativas

Denominación	Descripción	Horas	Presencialidad
Clases teóricas en el aula	Clase expositiva utilizando técnicas de aprendizaje cooperativo informal de corta duración. Resolución de dudas planteadas por los estudiantes. Se tratarán los temas de mayor complejidad y los aspectos más relevantes.	41.5	100
Preparación Trabajos/Informes	Elaboración de los informes de prácticas individuales y siguiendo criterios de calidad establecidos	6	0
Realización de actividades de evaluación formativas y sumativas	Se propondrán problemas para que sean resueltos por los alumnos en clase, los cuales serán comentados y discutidos por toda la clase, bajo la supervisión del profesor de la asignatura.	8	100
Realización de exámenes oficiales	Se realizará un examen global de la asignatura que permitirá evaluar los conocimientos del alumno.	4	100
Clases de problemas en el aula	Se resolverán problemas tipo y se analizarán casos prácticos. Se enfatizará el trabajo en plantear los métodos de resolución y no los resultados Se plantearán problemas y/o casos prácticos similares para que los alumnos lo vayan resolviendo individualmente o por parejas, siendo guiados paso a paso por el profesor.	32.5	100
Sesiones Prácticas en Aula de Informática	En dos sesiones en el aula de informática el profesor realizará dos clases magistrales de introducción a los sistemas de cálculo simbólico computacional. Se pretende que los alumnos enlacen contenidos teóricos y prácticos de forma directa, adquieran habilidades básicas computacionales y manejen programas y herramientas de cálculo.	5	100



Denominación	Descripción	Horas	Presencialidad
Tutorías	Las tutorías serán individuales o de grupo con objeto de realizar un seguimiento individualizado y/o grupal del aprendizaje. Revisión de exámenes por grupos y motivación por el aprendizaje.	5	100
Asistencia a Seminarios	Se realizarán actividades de trabajo cooperativo en las que los alumnos trabajan en grupo para resolver un conjunto de problemas, resolver dudas y aclarar conceptos.	7.5	100
Trabajo/Estudio Individual	Estudio de la materia. Resolución de ejercicios propuestos por el profesor.	78	0



# 6. Sistema de evaluación

Denominación	Descripción y criterios de evaluación	Ponderación
Pruebas escritas oficiales	Prueba escrita individual. Contenido teórico- práctico. Nota mínima para ponderación 3,5 (sobre 10). Recuperable en convocatoria extraordinaria.	65 %
Actividades de evaluación formativas y sumativas, para la evaluación del desempeño de competencias:  Evaluación por el profesor, Autoevaluación y Coevaluación (evaluación por compañeros) mediante criterios de calidad desarrollados (rúbricas) de informes de laboratorio, problemas propuestos, actividades de Aprendizaje Cooperativo, etc.  Tablas de observación (check-list, escalas, rúbricas) para evaluar ejecuciones.  Portafolio y/o diario del alumno para evaluar la capacidad de autorreflexión y la dedicación.  Realización de tareas auténticas: simulaciones, estudio de casos y/o problemas aplicados reales, etc.	1. Prueba de evaluación sumativa (PES): Prueba escrita individual. Contenido teórico- práctico. Nota mínima para ponderación 3,5 (sobre 10). Recuperable en convocatoria ordinaria. 20%. Bloque I y III 2. Evaluación formativa 1 (EF1 y EF2): Pruebas escritas individual breves y/o prácticas de ordenador. Contenido práctico. No recuperable (evaluación continua). 15%. Bloques I, II y III.	35 %



#### 6.2. Evaluación formativa

#### Descripción

- 1. Evaluación formativa 1 (EF1): Prueba escrita individual breve y/o práctica de ordenador. Contenido práctico. No recuperable (evaluación continua). 7,5%. Bloque I y III
- 2. Evaluación formativa 2 (EF2): Prueba escrita individual breve y/o práctica de ordenador. Contenido práctico. No recuperable (evaluación continua). 7,5%. Bloque I y

#### Información

Tal como prevé el artículo 5.4 del Reglamento de las pruebas de evaluación de los títulos oficiales de grado y de máster con atribuciones profesionales de la UPCT, el estudiante en el que se den las circunstancias especiales recogidas en el Reglamento, y previa solicitud justificada al Departamento y admitida por este, tendrá derecho a una prueba global de evaluación. Esto no le exime de realizar los trabajos obligatorios que estén recogidos en la guía docente de la asignatura.

#### **Observaciones**

- 1. La calificación final de cálculo será la media ponderada de todas las actividades de evaluación.
- 2. En caso de que la evaluación de alguna actividad no alcance la nota mínima de ponderación señalada en la tabla, la calificación final será el valor mínimo entre 4,5 y la media ponderada de todas las actividades de evaluación.



### 7. Bibliografía y recursos

#### 7.1. Bibliografía básica

Marsden, J. E. y Tromba, A. J. Cálculo vectorial, 6º ed.. Pearson. 2018.

García, A. et al. Cálculo II. Teoría y problemas de funciones de varias variables. CLAGSA. 2002.

Coquillat, F. Cálculo Integral. Metodología y Problemas.. Tebar Flores. 1997.

Edwards, C.H. y Penney, D. Ecuaciones diferenciales, 4º Ed.. Prentice Hall. 2001.

Krasnov, M. L., Kiselov, A. I. y Makárenko, G. I. Ecuaciones diferenciales ordinarias, Serie Curso de matemáticas superiores en problemas resueltos. URSS. 2002.

Marsden, J. E. y Hoffman, M. J. Basic complex analysis. W. H. Freeman and Company. 1999.

#### 7.2. Bibliografía complementaria

Burgos Román, Juan de. Cálculo infinitesimal de varias variables. McGraw-Hill. 2007.

Zill, Dennis G. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica. 1988.

Churchill, R. V. y Brown, J. W. Variable compleja y aplicaciones. McGraw-Hill. 1991.

Apóstol, Tom M. Calculus, vol.2. Reverté S.A.. 1997.

Simmons, George F. Ecuaciones diferenciales. McGraw-Hill. 1999.

Spiegel, Murray R. Variable compleja. McGraw-Hill. 1999.

#### 7.3. Recursos en red y otros recursos

https://aulavirtual.upct.es/